

TEVELLA

Pihkanokankatu 6, 33900 TAMPERE

Puh (03) 380 5300, Fax (03) 380 5353

E-mail: myynti@tevella.fi, www.tevella.fi

Ohje Tevellan tuotteelle,

423200 SENTTIKUUTIO

1. Mitä senttikuutio on?

Senttikuution jokainen särmä on pituudeltaan yksi senttimetri, se painaa yhden gramman ja sen voi liittää toisiin senttikuutioihin. Näin voidaan rakentaa monenlaisia kaksi- tai kolmeulotteisia kappaleita. Senttikuutio on kova, pestävä, tahran- ja naarmunkestävä sekä myrkytön. Sitä on viittä eri väriä - punainen, sininen, vihreä, keltainen ja valkoinen. Senttikuutiossa on neljä kolollista tahkoa, yksi tapillinen sekä yksi tyhjä tahko merkintöjä varten. Senttikuution käyttömahdollisuudet ovat moninaiset. Koska sen särmät ovat 1 cm mittaisia, yhden tahko pinta-ala on 1 cm², kuution tilavuus on 1 cm³ ja kuutio painaa 1g. Näin senttikuutio soveltuu monenlaisiin pituus-, tilavuus- ja painotehtäviin.

2. Matemaattinen käyttö

Senttikuutio käy lähes rajoituksetta erilaisiin matematiikan harjoituksiin. Helpoista lukumäärän sekä lajittelun ja luokittelun harjoituksista vektoreihin, diagrammeihin sekä todennäköisyyslaskentaan. Senttikuutiorakentelun kolmiulotteisuus tekee siitä ihanteellisen työvälineen pinta-ala- ja tilavuuslaskuihin. Sen avulla voidaan konkretisoida aritmetiikkaa, joukko-oppia ja monenlaisia geometrisia ongelmia. Jokaisessa kuutiossa, on, tyhjä tahko, johon voi tehdä merkintöjä. spriiliukoisella kynällä.

3. Tieteellinen käyttö

Senttikuutioilla voidaan havainnollistaa useita tieteellisiä tosiasioita sekä periaatteita, joista tässä kirjassa on esimerkkejä kuten ulkopinta-alan ja tilavuuden välisen suhteen vaikutus eläinten lämmönhukkaan, yksinkertaisia vipumekanismia sekä erilaisten nesteiden ominaispaineja.

4. Yleistä

Senttikuutiot ovat mainio apuväline ymmärtävään, hyvään, oppimiseen! :

LAJITTELU, LASKEMINEN, VASTAAVUUS, VERTAILU

5. Käsittely

Useat opettajat ymmärtävät erilaisten materiaalien käytön tärkeyden vapaassa leikissä. Kirkkaat värit, muoto sekä yhteenliitettävyys tekevät senttikuutioista kiinnostavan myös nuoremmille lapsille. Senttikuutioiden vahva matemaattinen pohja antaa opettajalle mahdollisuuden ohjata leikkejä haluamaansa suuntaan, kun lasten taidot ja edellytykset oppia kasvavat

K 1 Senttikuutiot ovat helposti liitettävissä ja irrotettavissa toisistaan.

6. Lapset alkavat tehdä

Lapset alkavat jo luonnostaan lajitella kuutioita kasoihin värin mukaan. Tätä yksinkertaista harjoitusta voi laajentaa: Lapset lajittelevat pienehkön määrän senttikuutioita värin mukaan eri kasoihin, jonka

jälkeen kuutiot kootaan erivärisiksi torneiksi ja katsotaan, mikä torni on pisin, mikä lyhin ja mitä värejä on mahdollisesti saman verran.

K2 Lajittelua värin mukaan.

7. Kuinka monta

Ensimmäisistä lajittelutehtävistä värin mukaan voidaan lähteä laajentamaan laskutehtäviksi. Lapset lajittelevat kasan kuutioita värin mukaan ja yhdistävät kuutiot väreittäin pylväiksi. Tässä vaiheessa monet lapset alkavat luonnostaan laskea kuutioiden määriä joko valmiista tornista tai siinä vaiheessa, kun kuutioita liitetään toisiinsa. Näin tulee ensimmäiset kokemukset termeistä/ilmiöistä "enemmän", "vähemmän", "yhtä paljon".

8. Määrän mukaan lajittelu ja luokittelu

Lajittelu ja luokittelu määrän mukaan selventävät "kuinka monta" -käsitettä vielä paremmin kuin värin mukaan luokittelu. Käytä pientä määrää irrallisia kuutioita sekä 2, 3 ja 4 kuution pylväitä. Aluksi useimmat lapset lajittelevat pylväitä värin mukaan eivätkä välitä määristä. Määrän huomioimista voidaan lisätä sopivan ajan päästä.

K3 Senttikuutiopylväiden lajittelua

Esimerkki: Opettaja voi kysyä: "Keksittekö toisen tavan lajitella näitä pylväitä?" tai: "Kuinka tämä pylväs (3 punaista kuutiota) on samanlainen kuin tämä pylväs (3 keltaista kuutiota)?"

9. Laskeminen

Esimerkki: Anna jokaiselle lapselle tai ryhmälle pieni kasa kuutioita. "Kuinka monta kuutiota, teillä on yhteensä?" "Kuinka monta punaista kuutiota teillä on?" "Paljonko on punaisia ja valkoisia yhteensä?"

K4 Kymmeneen laskeminen

10. Luonnolliset luvut

Kun puhumme luvuista, tarkoitamme yleensä luonnollisia lukuja, eli positiivisia kokonaislukuja, joita, voi laskea ja laittaa järjestykseen, peruslukuja ja järjestyslukuja. Perusluvut ovat "laskemis" lukuja 1,2,3,4,5...ja järjestysluvut määrittävät paikkaa ja Järjestystä 1., 2., 3... Lapset voivat rakentaa erimittaisia pylväitä senttikuutioista, merkiten jokaisen pylvään oikealla luvulla

Esimerkki: Rakenna pylväs erivärisistä senttikuutioista ja kysy lapsilta esim. "Minkä värinen on toinen senttikuutio?" tai "Monesko kuutio on punainen?". Lapset voivat tehdä lukuisia laskutehtäviä käyttäen sekä perus- että järjestyslukuja.

K5 Minkä värinen on toinen senttikuutio?

11. Yhteneväisyys

Useita asioita voidaan määritellä perusluvuilla. Esimerkiksi sormien määrä on perusluku 5: peukalo, etusormi, keskisormi, nimetön sekä pikkurilli. Tätä määrää voidaan verrata esim. varpaiden määrään 5. Molempia voidaan verrata peruslukuun 5 eli löytyy yhteneväisyys.

Esimerkki A: Anna jokaiselle tytölle luokassa punainen senttikuutio ja pojalle sininen. Nyt luokassa on vastaavuus tyttöjen ja punaisten kuutioiden välillä sekä poikien ja sinisten kuutioiden välillä. Senttikuutioita voidaan käyttää nyt tyttöjen ja poikien määrän vertailuun, pyörällä kouluun tulleiden tyttöjen ja poikien määrän vertailuun sekä vertailemaan niiden poikien ja tyttöjen määrää, joilla on siskoja tai veljiä.

K6 Kouluun pyörällä tulevat tytöt ja pojat

Esimerkki B: Anna ryhmälle pieni kasa punaisia ja pieni kasa keltaisia senttikuutioita. Anna heidän soveltaa yhteneväisyyttä selvittääkseen kummassa kasoista on enemmän ja kummassa vähemmän kuutioita.

12. Vastaavuus

Varhaiset laskutehtävät sisältävät paljon vastaavuuden huomaamista ja tämä voidaan helposti demonstroida senttikuutioilla. Yhden sarjan ominaisuudet vastaavat toista, jos niillä on sama perusluku eli, jos ne ovat yhteneviä. Tämä on oikeasti vastaavuuden löytämistä. Esimerkki A: Käytä senttikuutioita yhdessä marmorikuulien, kivien tai karkkien kanssa. Esimerkki B: Käytä senttikuutiopylväitä yhdessä senttimetrimitan kanssa. 10 senttikuutiota vastaa 10 cm, 15 senttikuutiota vastaa 15 cm jne.

K7 Senttikuutioiden vastaavuuden huomioiminen.

13. Kartoitus

Kartoitus on yksinkertainen tapa erilaisten asiayhteyksien havainnollistamiseen. Monet opettajat ajattelevat, että jos laskutoimitusmerkit (+, -, x, /) esitellään liian aikaisin, ne voivat sekoittaa lapsia. Kartoitus tarjoaa yksinkertaisen keinon tämän ongelman ohittamiseen. Yksi- yhteen ja monta- yhteen kartoitus on esitetty seuraavissa esimerkkikaavioissa. Nämä ovat visuaalisia keinoja esittää yksi- yhteen tai monta- yhteen riippuvuus. On olemassa paljon yhteyksiä, joihin ei ole olemassa matemaattisia merkkejä, mutta jotka lapsi voi ymmärtää, kuten "painavampi kuin", "samanmuotoinen kuin", "kolme vähemmän kuin",

K8 Diagrammit yksi-yhteen ja monta yhteen kartoituksista.

Esimerkki: Piirrä kaksi isoa ympyrää paperille tai taululle ja pyydä jokaista lasta kirjoittamaan oma nimensä toiseen ympyröistä. Anna yhdelle lapselle yksi senttikuutio, toiselle kahden kuution pylväs, kolmannelle kolmen kuution pylväs jne. Laita nyt tyhjään ympyrään valmiina olleet kuvat (esim. paperista), jotka vastaavat pylväitä, jotka annoit lapsille. Anna nyt jokaisen lapsen piirtää viiva, joka yhdistää hänen nimensä siihen senttikuutiopylvääseen, joka hänellä on. Tämä on yksi- kartoitusta (havainnollistaa yksi- yhteen vastaavuutta).

Seuraavaksi lapset valitsevat jonkin määrän senttikuutioita (väliltä 1-6). Kirjoitetaan toiseen ympyröistä taas lasten nimet ja toiseen numerot 1-6. Jotkut lapsista valitsevat saman numeron kun taas joku/jotkut numerot saattavat jäädä kokonaan käyttämättä. Vedetään viivat lapsien nimistä heidän valitsemiinsa lukumääriin. Tämä on esimerkki monta-yhteen kartoituksesta.

14. Arviointi

"Paljon", "muutama", "monta", "suurempi kuin", "pienempi kuin", "paljon enemmän kuin" ovat joitain esimerkkejä arvioinneista. Vaikka nämä riippuvuussuhteet eivät ole täysin tarkkoja, ne antavat kuitenkin paljon matemaattisia kokemuksia nuorille lapsille. Käytä erikokoisia senttikuutiopylväitä ja muita rakennelmia runsaasti tarjotaksesi näitä kokemuksia lapsille ja vaikeuta niitä, kun lapsien taidot kasvavat.

15. Yhtäsuuri ja erisuuri

Monet varhaiset matematiikan kokemukset käsittelevät asioiden erisuuruuksia useammin kuin yhtäsuuruuksia. Oikeassa elämässä "ei-yhtäläiset" asiat esiintyvät useammin kuin "yhtäläiset". Lapsi saattaa sanoa: "Tämä pallo on suurempi kuin tuo pallo", "Harrilla on enemmän marmorikuulia kuin minulla" tai "Minä juoksen nopeammin kuin Mari". Erisuuruuksia on usein helpompi havaita kuin yhtäsuuruuksia. "Enemmän kuin", "Vähemmän kuin" ja "erisuuri" voidaan merkitä symbolein $>$,

$<=$.

Esimerkki A: Tee senttikuutioista eripituisia pylväitä. Anna lasten vertailla kahta tai useampaa pylvästä. Lasten on helppo havaita, että 6 on enemmän kuin 4, 2 on vähemmän kuin 7 jne. Nämä voidaan kirjoittaa paperille $6 > 4$ ja $2 < 7$

Esimerkki B: Tee senttikuutioista muutamia litteitä nelikulmioita, joissa jokaisessa on erisuuruinen määrä kuutioita ja siten myös erisuuruinen pinta-ala. Lasten on helpompi havaita jonkun pylvään olevan pitempi kuin toinen pylvä, kuin vertailla erisuuruisia pinta-aloja.

K9 Esimerkki yhtäsuuruuksien vertailusta.

16. Yhtäsuuruus

Symbolia = tulisi käyttää vain aritmeettisissa toteamuksissa kuten $3 \times 4 = 12$ tai $12 - 9 = 3$. Symbolin = käyttö sellaisissa toteamuksissa kuten: mittakaava 1 cm = 1 km, tai vastaus = 50, on virheellistä. Missään tapauksessa 1 cm ei ole yhtäsuuri kuin 1 km, tai sana "vastaus" ei ole yhtäsuuri 50 kanssa. Näissä tapauksissa pitää käyttää sanoja kuten "vastaa" tai "on" yhtäsuuruussymbolin = sijasta.

YHTEEN-, VÄHENNYS-, KERTO- JA JAKOLASKU

17. Yksinkertainen yhteen ja vähennyslasku

Esimerkki A: Anna lasten tehdä kaksi eriväristä pientä kasaa senttikuutioista ja laskea sitten senttikuutiot ensin toisesta ja sitten toisesta kasasta. Seuraavaksi nämä senttikuutiomäärät lasketaan yhteen esim. 5 kuutiota sinisestä kasasta lasketaan yhteen keltaisen kasan kuution kanssa ja saadaan yhteensä 8 kuutiota. Tämän jälkeen kuutiot voidaan koota pylväiksi, joita voidaan vertailla. Jossain vaiheessa esitetään laskutoimitus $5 + 3 = 8$. Päinvastaisella menetelmällä demonstroidaan vähennyslaskua.

K10 Senttikuutioilla havainnollistetaan yhteen- ja vähennyslaskua.

Esimerkki B: Rakenna pylvä, joka koostuu kolmesta keltaisesta ja viidestä sinisestä senttikuutiosta. Anna lasten ottaa pois keltaiset kuutiot. Kuinka monta jää jäljelle? Laskutoimitus $8 - 3 = 5$ voidaan esittää sopivassa vaiheessa.

Koska senttikuutiot ovat sekä yksittäisiä että liitettävissä toisiinsa, niillä voidaan kehittää monentasoisia yhteen- ja vähennyslaskutehtäviä.

18. Lukujen muodostuminen

Senttikuutioita voidaan käyttää havainnollistamaan lukujen muodostumista. Esimerkiksi luku 5 voidaan muodostaa useista lukupareista kuten $0 + 5 = 5$, $1 + 4 = 5$, $2 + 3 = 5$ (ks. kuva 11). Jos mukaan otettaisiin negatiiviset luvut, tulisi lukemattomia lukupareja, joista luku 5 voitaisiin muodostaa. Varhaisessa vaiheessa tulee käyttää vain positiivisia kokonaislukuja.

Esimerkki: Anna lasten muodostaa luku 5 kahden värisistä senttikuutioista niin monella tavalla kuin on mahdollista. Kehota lapsia kirjoittamaan ylös havaintonsa. Huomaavatko he jonkinlaista säännönmukaisuutta?

K 11 Luvun 5 muodostuminen

Anna lasten havaita ja kirjata ylös eri tapoja muodostaa luvut 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 ja katso, huomaavatko he jonkinlaisen kaavan muodostuvan kirjoittamistaan numeropareista.

19. Palkkajärjestelmä

Yksiköiden ryhmittely uudeksi isommaksi yksiköksi on kymmenjärjestelmän periaate. Kymmenjärjestelmä on yksi vaikeimmista asioista lasten ymmärtää. Kenties helpoin esimerkki on koota kymmenen ykköstä isommaksi yksiköksi, kymmeneksi ja kymmenen kymmentä yhdeksi sadaksi jne. Samaa ideaa voidaan jatkaa kunnes puhutaan ykkösistä, kymmenistä, sadoista, tuhansista jne. Jokaisessa tapauksessa uudesta ryhmästä tulee oma yksikkönsä. Suurin ongelma tulee esille,

kun yritämme opettaa lapsille näiden yksiköiden oikean kirjaamisen. Ykköset, kymmenet sadat tuhannet jne. tunnistetaan niiden paikan perusteella. Tällöin "I" voi merkitä ykköstä, kymmentä, sataa tai tuhatta riippuen täysin vain pakasta, missä se on. Voitte tehdä harjoituksia myös pienemmillä yksiköillä ennen kymmeneen siirtymistä (kts s 32) Seuraavissa harjoituksissa kannattaa käyttää yhdenvärisiä senttikuutioita sekaantumisien välttämiseksi.

Esimerkki: Anna lasten laskea kymmenen senttikuutiota kasaan ja vaihda ne valmiiksi koottuun 10 kuution pylvääseen. Tämä pylväs on nyt uusi, suurempi yksikkö. Seuraavaksi anna lasten rakentaa kymmenen 10 Senttikuution pylvästä ja vaihda ne valmiiksi koottuun 10x10 neliöön (tai senttikuutiopohjalevyyn, joka on 10x10).

K12 Kuution pylväiden teko

K13 Ykkösiä, 10-pylväitä ja 10x10 neliö

Tällä tavoin tehtävä harjoitus perustuu vaihtamisen ideaan. Todellisuudessa emme vaihda 10 yksikköä uuteen vaan kokoamme nämä 10 yksikköä uudeksi, isommaksi yksiköksi. On kuitenkin äärimmäisen tärkeää, että lapsi konkreettisesti kokeilee tämän uudelleen kokoamisen. Tämän voi tehdä vain ottamalla kymmenen kuutiota ja kokoamalla nämä pylvääksi ja kokoamalla kymmenen pylvästä neliöksi.

Tällä harjoituksella oppiminen tapahtuu syvällisesti.

20. Sadat, kymmenet ja ykköset

Järjestelmä, jota käytämme päivittäin, on kymmenjärjestelmä. Kun lapset ovat kokeilleet senttikuutioiden järjestämistä yksiköistä kymmensauvoiksi ja kymmensauvoista satalevyksi jne. he ymmärtävät ja hyväksyvät helpommin välineen. Joka on varta vasten laadittu havainnollistamaan kymmenjärjestelmää. Kun lapset ovat harjaantuneet numeroita konkreettisesti jonkun välineen avulla, on aika harjoittaa numeroiden lukemista ja kirjoittamista. Lukualue voi olla yli satojen ja harjoitusta voi vaikeuttaa taitojen karttuessa.

Esimerkki A: Yksinkertainen helmitaulu syntyy senttikuutioalustasta sekä yksittäisistä senttikuutioista. Opettaja näyttää, kuinka laudalle rakennetaan, jonka jälkeen lapset voivat rakennella omille alustoilleen erilaisia lukusarjoja, joita voidaan myöhemmin laajentaa koskemaan myös kymmeniätuhansia ja satojatuhansia. Samalla tavalla alustaa ja kuutioita apuna käyttäen voidaan esitellä myös desimaalipilkku, kun se tulee ajankohtaiseksi.

Alkuvaiheessa voidaan sopia tietyn väristen kuutioiden edustavan tiettyä lukuyksikköä: esimerkiksi siniset ovat satoja, punaiset ovat kymmeniä ja valkoiset ykkösiä. Seuraavan esimerkin mukaisia tehtäväkortteja voidaan laatia oppimisen tueksi.

Tehtäväkortti

Mihin lukuyksikköön kuuluu alleviivattu numero

496 375 943

Ota kolme sinistä kuutiota (sadat), seitsemän punaista (kymmenet) ja neljä valkoista (ykköset) kuutiota.

Etsi: a) Mikä on suurin luku, jonka voit tehdä helmitaululle (senttikuutioalustalle)?

b) Mikä on pienin luku, jonka voit tehdä helmitaululle?

Näitä harjoituksia voi muunnella loputtomasti ja harjoittaa kymmenjärjestelmän ymmärtämistä.

21. Positiiviset ja negatiiviset luvut - kokonaisluvut

Kaikki luonnolliset luvut ovat kokonaislukuja, mutta kaikki kokonaisluvut eivät ole luonnollisia lukuja. Kaikki luonnolliset luvut ovat positiivisia, mutta kokonaisluvut voivat olla myös negatiivisia, kuten -4, -13. Tämä on vaikea ymmärtää, kuten palkkajärjestelmänkin, mutta voidaan selkeästi havainnollistaa lukusuoran avulla. Kokonaisluvut voidaan esittää pisteinä sovitun ja paikallaan pysyvän nolapisteen molemmilla puolilla. On sovittu, että negatiiviset luvut ovat nolapisteen

vasemmalla, tai alapuolella, ja positiiviset luvut nollapisteen oikealla, tai yläpuolella riippuen siitä, onko lukusuora vaak- vai pystysuorassa.

Esimerkki: Kiinnitä 9 keltaista senttikuutiota sauvaksi (litteä sivu paperia vasten) ja 9 punaista kuutiota samanlaiseksi sauvaksi. Yhdistä sauvat toisiinsa niin, että väliin tulee yksi valkoinen kuutio. Valkoinen kuutio on nollapiste ja kaikki luvut sen yläpuolella ovat positiivisia ja ne voidaan merkitä +1 +2 +3, +4...+9, kun taas kaikki luvut sen alapuolella ovat negatiivisia ja ne voidaan merkitä -1, -2, -3, -4...-9. Laskeminen aloitetaan aina nolasta.

K14 Lukusuora (myös vaakasuorassa)

22. Yksi parhaista tavoista kertotauluun tutustumiselle on antaa lasten tutustua kokeillen

kertotauluun mahdollisimman monella tavalla. Myöhemmin voidaan kirjata ylös heidän havaintonsa, joita he ovat tehneet irtokuutioilla sekä muodostamalla kuvioita kertotaulualustoille (kts kuva 15).

23. Kertotaulumallit/-alustat

Anna lasten tehdä ryhmissä taulukoita alustoille värillisillä senttikuutioilla. Taulukoiden rakentelu on yksinkertaista mutta kiehtovaa kertotauluharjoitusta.

Esimerkki: Ota alusta ja merkitse vasen yläkulma aloituskohdaksi (laita kuutio kulmaan!). Lapset voivat laskea ylärivin 1,2,3... 10, toisen rivin 11,12,13,,20, kolmas rivi on 21,22,23..30 ja niin edelleen sataan asti.

Taulukkomallin 2-kertotaulusta saat, kun pyydät lapsia laittamaan Senttikuution joka toiseen reikään: 2,4,6,8,10...96,98,100.

Seuraavat pöytätaulukot tehdään samalla tavalla, asetetaan vain kuutiot joka kolmanteen, neljänteen, viidenteen jne. reikään (kts kuva 15).

Kun lapset ovat tehneet joitakin taulukoita, heidän tulisi keskustella mallien säännönmukaisuuksista ja siitä, löytävätkö he taulukoista symmetriaa. He voivat myös keskenään selvittää, onko heidän taulukoissaan virheitä. Seuraavaksi voidaan taulukoita yhdistellä:

Esimerkki A: Tee valkoisilla senttikuutioilla alustalle 2-kertotaulu ja sitten keltaisilla kuutioilla 3-kertotaulu samalle alustalle. Joihinkin paikkoihin tulee kaksi kuutiota. Kirjoittakaa luvut ylös ja keskustelkaa niistä.

Esimerkki B: Lapset voivat yhdistellä mitä vain kertotaulutaulukoista, jopa useampia kuin kaksi samaan.

Esim. anna lasten yhdistää 3,6,9 ja 12-kertotaulun mallit samalle alustalle. Näin huomaatte selvästi, millä luvuilla on useita tekijöitä. Ideaa voidaan soveltaa monella eri tavalla.

K15 Kertotaulualustat

24. 2x, 3x ja 4x

Hyvin yksinkertainen tapa lähestyä kertotaulua on rakentaa helppoja mallikaavioita senttikuutioista. Kuvassa 16 on rakennettu 2-kertotaulua havainnollistava malli. Samanlaisia voidaan rakentaa havainnollistamaan 3x, 4x, 5xjne.

Esimerkki A: Lapset rakentavat senttikuutioista useita kahden kuution sauvoja. Kahdesta "kakkossauvasta" saadaan yhdistämällä neljän sauva (lasketaan ääneen: "kaksi kakkosta".) Seuraava lapsi laskee ääneen "kakkosina": 2,4,6 ja näin yhdistetään kolmesta kakkossauvasta luku 6 jne. Erimittaisista sauvoista voidaan lopuksi koota yksi mallikaavio.

Esimerkki B: Lapset ottavat 2 punaista, 2 valkoista, 2 sinistä ja 2 keltaista senttikuutiota ja laskevat, montako niitä on yhteensä. Heillä on $2+2+2+2=8$. Tee kuutioista sauva ja anna lasten laskea ne uudelleen. Keksivätkö lapset toisen tavan kokonaismäärän selvittämiseksi kuin kokoamisen ja laskemisen?

K16 Kaavio 2- kertotaulusta

Tämä on siis yksinkertainen kertotaulun esittely ja lasten tekemät laskutoimitukset voidaan kirjata ylös usealla eri tavalla, kuten esim. voimme kirjoittaa neljä kakkosta seuraavilla tavoilla: neljä kakkosen ryhmää; 4×2 tai 4 kertaa 2. Anna lasten kirjoittaa ylös 2-kertotaulu käyttäen apuna 2 senttikuution sauvoja.

Kääntäen harjoituksista saadaan tapa esitellä jakolasku. Tehdään esim. kymmenen kuution sauva käyttäen erivärisiä kahden kuution sauvoja (esim. 2sin., 2pun., 2kelt., 2valk., 2vihr.) Hajotetaan 10 kuution sauva kahden kuution sauvoiksi. Taaskin kirjoittamistapoja on useita, mutta helpoin on varmaankin $10-5=2$. Opettaja voi tehdä lapsille tehtäväkortteja, joissa on erilaisia kerto- ja jakolaskuja. Lapset voivat käyttää senttikuutioita konkreettisenä apuvälineenä laskelmissaan.

Helppo Tehtäväkortti A

1. Jaa 18 senttikuutiota kahdelle lapselle.
2. Monestiko 12 saadaan luku kaksi?
3. yhdeksän senttikuutiota jaetaan kahdelle hengelle (jakojäännös voidaan esitellä näin).

Tehtäväkortti B: $4 \times$

1. $4+4+4+4+4+4=$

Millä muulla tavoin tämä kuusi neljän ryhmää voidaan kirjoittaa? Kirjoita tämä lause vihkoosi kolmella eri tavalla.

2. Aloita nolasta ja laske neljän ryhmässä 40:ään: 0,4,8,12,16,20...36,40.
3. Aloita 20 ja laske taaksepäin neljän ryhmässä: 20,16,12...
4. Kuinka monta neljän ryhmää on luvussa 24?
5. Kuinka kertaa 4 mahtuu lukuun 32?
6. Jaa 48 neljällä.
7. Jaa 28 senttikuutiota tasan neljälle lapselle. Kuinka monta kukin saa?
8. $4 \times 1 =$ $4 \times 3 =$ $4 \times 7 =$
 $1 \times 4 =$ $3 \times 4 =$ $7 \times 4 =$
9. Jaa seuraavat luvut neljällä ja kirjoita ylös mahdollinen jakojäännös: 5, 13, 17, 24, 29
10. Jaa seuraavat luvut neljällä: 4,8,16,24,32.
11. Kerro 9×4 ja 4×9 . Mitä huomaat vastauksesta?
12. Kirjoita ylös muita kertotaulupareja, joista tulee sama vastaus.

;

JOUKKO-OPPIA

25. Ryhmittely ominaisuuden mukaan

Senttikuutioita voidaan helposti ryhmitellä erilaisten ominaisuuksien kuten värin, muodon ja koon mukaan.

K 17 30 kappaleen joukko

Esimerkki: Anna lasten tehdä joukko, joka koostuu kahdesta koosta, kolmesta muodostaja viidestä väristä. Näin muodostuu helppo joukko, jossa on 30 erilaista kappaletta.

26. Määrä ominaisuutena

Yksi ominaisuus, joka usein jätetään huomiotta luokiteltaessa joukkoja, on määrä. Määrää koskevilla harjoituksilla saadaan kuitenkin aikaiseksi monia perusharjoituksia. Nuorilla lapsilla ei tunnu olevan suoraan kiinnostusta määrää kohtaan ominaisuuksien mukaan luokiteltaessa vaan he katsovat määrän olevan toissijainen ominaisuus.

K18 Määrä ominaisuutena

Kuitenkin Senttikuution ollessa yksikköpohjainen, se mahdollistaa määrän havainnollistamisen ominaisuusjoukoissa. (ks. kuva 19) Tässä joukossa (joka voidaan laatia halutulla tavalla) on määräävinä ominaisuuksina muoto, väri ja määrä. Muodot ovat torni ja taso, värit punainen, sininen, keltainen sekä vihreä ja määrät ovat kahdesta kuuteen. Vaihtoehtoisia muotoja voi tietenkin myös käyttää.

Perusjoukossa, joka on esitetty tässä, on 40 kappaletta. Joukko, jossa on vain 3 väriä, 2 muotoa ja 5 määrää, tuottaa vain 30 kappaletta. Joukko, jossa on 3 muotoa, 4 väriä ja 5 määrää, tuottaa 60 kappaletta ja joukko, jossa on 2 muotoa, 4 väriä ja 9 määrää, tuottaa 72 kappaletta jne. K19 Joukko, jossa määräävinä ominaisuuksina on määrä, väri ja muoto.

27. Paino ominaisuutena

Kaikki senttikuutiot painavat saman verran grammoina kun niitä on liitetty yhteen, sillä jokainen kuutio painaa yhden gramman. Paino voidaan siis esitellä lisäominaisuutena myöhemmässä vaiheessa.

DIAGRAMMIT

28. Histogrammit ja pylväsdiagrammit

Senttikuutio on erinomainen materiaali kaksi- ja kolmiulotteisiin histogrammeihin sekä pylväsdiagrammeihin.

Esimerkki: Anna valvotun lapsiryhmän tehdä yksinkertainen liikennelaskenta koulutiellä/portilla. Ryhmä tarvitsee 10 pientä rasiaa, joista 5 on tyhjiä ja viidessä on kussakin yhden värisiä senttikuutioita. Seuraavaksi lapset määrittelevät tietyn värin koskemaan tiettyä esim. Kuorma- autot- vihreä, jalankulkijat- sininen, henkilöautot- punainen, bussi keltainen ja pyöräilijät- valkoinen. Lapset seuraavat sovitun ajan (esim. 10 min.) ohikulkevaa liikennettä, ja aina kun tietty kulkuneuvo/kulkija menee ohi, siirretään sovitun värinen kuutio laatikosta tyhjään laatikkoon. Lopuksi käyttämättä jääneet kuutiot laitetaan syrjään ja valituista kuutioista tulee diagrammin pohja. Kootaan senttikuutioista pylväät väreittäin ja laitetaan pylväät senttikuutioalustalle. Näin meillä on helppo, itse laadittu pylväsdiagrammi! (Voitte tehdä pysty- tai vaaka-asentoon.) Lopuksi voidaan keskustella lasten kanssa erilaisten kulkuneuvojen vaihtelusta ja määristä esim. Mitä kulki eniten? Miksihän? jne. (kts kuva 20)

K20 Liikennetiheys koulun portilla.

Yksi etu siinä, että käytetään senttikuutioita diagrammien laadinnassa, on kun lapset itse keräävät tarvittavan materiaalin. Virheet eliminoiduvat ja lapset todella ymmärtävät, mistä diagrammit koostuvat ja miten ne muodostetaan. Muita esimerkkejä diagrammien laadintaan: syntymäpäivät, kengän koot, pituudet, lemmikit, parhaimmat levyt, siskojen ja veljien määrät.

MOSAIIKKI

29. Mosaiikkityö

Mosaiikki on kuvio, joka toistuu samanlaisena ja niin, että kuviot ovat vierä vieressä ilman, että väliin jää minkäänlaista rakoa. Esimerkiksi voit liittää neliöitä ja kolmioita toisiinsa mosaiikkilevyksi, mutta et ympyröitä. Senttikuutioilla voidaan tutustua mielenkiintoisella tavalla mosaiikkityöhön, aloittaen helpoimmista muodoista.

Esimerkki A: Tee 2x2 kokoisia erivärisiä laattoja ja liitä ne toisiinsa, jolloin muodostuu suurempi kuviolaatta.

K21 Yksinkertainen mosaiikkityö

Esimerkki B: Tee 2x2 kokoisista, erivärisistä senttikuutiolaatoista symmetrinen kuvio. Tämä tehdään siten, että ensin kootaan kuvio ja laitetaan peili kuvion jollekin reunalle. Seuraavaksi kootaan toinen puoli peilikuvan avulla.

K22 Peilikuva

Myöhemmin voidaan tehdä mosaiikkilaattoja monista muistakin nelisivuisista kuvioista yhdistelemällä, ja näin laajentaa mosaiikkiharjoituksia monella eri tavalla.

LUKUSARJAT

30. Neliöluvut

Neliöluvut ovat niitä lukuja, joiden osista saadaan neliömuoto. Lapset voivat tutkia, mitkä luvut ovat neliölujuja yhdistelemällä senttikuutioista litteitä muotoja (kts kuva 23).

K 23 Neliöluvut

Esimerkki: Anna lasten kirjoittaa vihkoon numerojärjestyksessä 1,2,3,4 jne. vaikka sataan asti. Seuraavaksi tehdään neliöitä niiden perusteella. Pyydä lapsia kirjoittamaan ylös ne numerot, joista neliöt syntyvät. Kysy lapsilta, mitä he huomaavat neliöistä, jotka syntyivät parillisista luvuista? Entä neliöistä, joita tehtiin parittomista luvuista? Katsokaa neliöluvusta syntyneitä numerosarjoja: 1,4,9,16,25,36,49,64,81,100. Mitä huomaatte numerosarjasta? Onko siinä jonkinlainen kaava? Myöhemmässä vaiheessa lapset voivat piirtää kaavakuvan neliön 5ivun suhteesta sen pinta-alaan. (Huomaa myös neliöjuuren käsite myöhemmin!)

31. Osoitusluvut

Osoitusluvut ovat numerojärjestyksessä L- muotoon järjestetyt parittomat luvut. Näin löydetään yhteys parittomien lukujen ja neliölukujen välille.

Esimerkki A: Lapset ottavat yhden sinisen Senttikuution ja sitten kolme valkoista kuutiota ja yhdistävät ne toisiinsa niin, että valkoiset kuutiot ovat sinisen kahdella sivulla "L-muodossa" ja syntyy neliö. Sitten lapset ottavat viisi vihreää kuutiota ja yhdistävät ne samalla tavalla valkoisen kahdelle sivulle. Anna lasten jatkaa neliön rakentamista käyttäen jokaiseen lukuun erivärisiä kuutioita (esim. 100 asti). Kirjoittakaa ylös numerojärjestyksessä luvut, joita käytettiin 1, 3,5,7...jne. ja katsokaa, mitä huomaatte, (kts kuva 24)

K24 Osoitusluvut

Esimerkki B: Vertaillkaa nyt parittomien lukujen sarjaa neliölukuihin. Nämä kaksi harjoitusta osoittavat, että neliöluku n^2 , on niin monen parittoman luvun summa kuin neliöluku n on. Esimerkiksi luku 6 on kuudes luonnollinen luku ja 6^2 on 36. 36 voidaan esittää myös ensimmäisten kuuden parittoman luvun summana, eli $1+3+5+7+9+11=36$. Seitsemäs luonnollinen luku on 7, ja $7^2=49$. Luku 49 voidaan esittää myös $1+3+5+7+9+11+13$, eli ensimmäisten seitsemän parittoman luvun summana.

32. Kolmioluvut

Kolmioluvut ovat sellaisia, joiden yksiköistä voidaan muodostaa tasasivuinen tai suorakulmainen kolmio, esimerkiksi kolmesta senttikuutiosta voidaan muodostaa kolmio, jossa kaksi sivua on yhtä pitkät ja ne muodostavat suoran kulman. Anna lasten muodostaa samanlaisia kuvioita eri määristä senttikuutioita.

Esimerkki A: Kuva 25 osoittaa neljä ensimmäistä lukua kolmiolukujen sarjasta. Osaavatko lapset jatkaa sarjaa senttikuutioita käyttäen? Voivatko he jatkaa sarjaa ilman mallien rakentamista? Huomaavatko lapset, että 1 , $1+2$, $1+2+3$ muodostavat kolme ensimmäistä kolmiolukua? Kun kolme mallia on kokeiltu ja kirjattu ylös, anna lasten vertailla niitä. Mitä he huomaavat?

K25 Kolmioluvut

Esimerkki B: Osoitusneliö (kuva 24) näyttää, että neliöluvut ovat järjestyksessä otettujen parittomien lukujen summa. Lapset voivat tehdä kolmioluvuista pareja järjestyksessä. Mitä he huomioivat? Mikä on kolmiolukujen ja osoituslukujen yhteys? Mikä on neliölukujen ja kolmiolukujen yhteys? Mitä muita kiinnostavia havaintoja lapset tekevät näitä numerosarjoja tutkiessaan?

33. Suorakulmaluvut

Suorakulmaluvut ovat niitä, joiden yksiköistä voidaan muodostaa suorakulmio. Neliöluvut (kappale 30) ovat erityisiä suorakulmalukuja.

Esimerkki: Anna lasten rakentaa senttikuutioista suorakulmioita ja kirjoita ylös heidän havaintojaan. Muodostuuko niistä samanlaisia säännöllisiä sarjoja kuin neliö- tai kolmioluvuista? Jotkut luvut; täyttävät kahden tai useamman edellä mainitun sarjan ominaisuudet. Anna lasten kirjoittaa ylös luvut 1-36 taulukkoon. Merkitkää jokaisen luvun viereen, onko se neliö- kolmio- vai suorakulmaluku

34. Alkuluku

Alkuluku on luonnollinen luku, jolla ei ole muita tekijöitä kuin 1 ja se itse. Esim. luku 7 on jaettavissa vain luvulla 1 tai itsellään, joten sillä ei ole muita tekijöitä, eli se on alkuluku. Kreikkalainen maantieteilijä Eratosthenes kehitti menetelmän alkulukujen löytämiseksi väliltä $1-100$. Menetelmää kutsutaan Eratostenen seulaksi.

Esimerkki A: Eratostenen seula (luvut $1-100$)

Käytetään senttikuutioalustaa ja täytetään punaisilla kuutioilla alustalle kahden kertotaulu (lukuun ottamatta itse lukua 2). Nämä harjoitukset ovat jo ennestään tuttuja kertotaulumalleista s. 16. Toisella värillä, esim. valkoisella, täytetään alustaan 3 -kertotaulu (lukuun ottamatta itse lukua 3). Huomaamme, että 4 -kertotaulu on jo peitetty 2 -kertotaulua tehdessä, joten seuraava on 5 -kertotaulu. Täytetään se kolmannella värillä, esim. sinisellä, (lukuun ottamatta lukua 5). $6x$ on jo peitetty sekä 2 - että 3 -kertotaululla, joten täytetään 7 -kertotaulu vaikkapa vihreällä (pois lukien luku 7). $8x$ on täytetty 2 -kertotaululla ja $9x$ on täytetty 3 -kertotaululla, joten olemme laittaneet alustalle 2 -, 3 -, 5 - ja 7 -kertotaulut. Jotkut alustan luvuista ovat jääneet täysin peittämättä, ja kun lapset tekevät niistä listan, heillä on edessään alkuluvut väliltä $1-100$.

K26 Eratostenen seula

Esimerkki B: Mitä lapset huomaavat ensimmäiseksi listan numeroista? Anna lasten kokeilla pienissä ryhmissä seuraavaa: Ottakaa yksi luku kerrallaan ja eteenne vastaava määrä senttikuutioita. Yrittäkää rakentaa mikä tahansa säännöllinen kuvio niistä. Voiko mitään suorakulmiota rakentaa näistä senttikuutioista? Osaavatko lapset selittää, miksei näistä määristä kuutioita voi rakentaa suorakulmioita? Mikä merkitys on alkuluvuilla?

LASKULAIT

Ymmärtääkseen todella luvut, täytyy lasten tutustua myös lakeihin, jotka koskevat luvuilla tehtäviä laskutoimituksia. Laskutoimitukset tarkoittavat esim. yhteen- ja vähennyslaskua, kertolaskua, neliöjuuren ottamista, potenssiin korottamista jne. On useita lakeja, mitä pitää ottaa huomioon laskutoimituksia tehtäessä kuten 1)Vaihdantalaki 2)Liitântälaki ja 3)Osittelulaki. Vaikkei lasten tarvitse välttämättä osata näitä termejä, on tärkeää määritellä ne oikein ja tarkasti.

35. Vaihdantalaki

a)Yhteenlasku

Vaihdantalaki yhteenlaskussa on kaavana $a+b = b+a$. Eli, jos kaksi lukua lasketaan yhteen, ei järjestyksellä ole väliä. $1+6$ on yhtäläinen kuin $6+1$, ja $2+3$ on sama kuin $3+2$. Kuva 27 näyttää, kuinka senttikuutioita voidaan käyttää demonstroimaan vaihdantalakia yhteenlaskussa. Anna lasten käyttää senttikuutioita havainnollistamaan tämä laki käyttäen kaikkia lukupareja, joiden summa on 7,8,9,10,11 ja 12.

K27 Vaihdantalaki yhteenlaskussa

b)Vaihdantalaki kertolaskussa on kaavana $a \times b = b \times a$. Taaskaan järjestyksellä ei ole merkitystä.

Esimerkki A: Anna lasten tehdä suorakulmioita kahdesta pylväästä, joissa molemmissa on 3 kuutiota ja kolmesta pylväästä, joissa kussakin on 2 kuutiota; 3 pylväästä, joissa on 5 kuutiota ja 5 pylväästä, joissa on 3 kuutiota; 6 pylväästä, joissa on 3 kuutiota ja 3 pylväästä, joissa on 6 kuutiota; 9 pylväästä, joissa on 7 kuutiota ja 7 pylväästä, joissa on 9 kuutiota. Joka kerta anna lasten kirjoittaa ylös kahden luvun lauseet esim. 2×3 ja 3×2 ; 3×5 ja 5×3 jne.

Esimerkki B: Lapset voivat rakentaa senttikuutioalustalle kolmiulotteisen kertotaululaudan. Senttikuutiopylväät rakennetaan alustalle esim. $3 \times 5 = 15$ ja kolmosen ja vitosen risteykseen kiinnitetään 15 Senttikuution pylväs.

K28 Kertotaululauta

36. Liitântälaki

Liitântälaki yhteenlaskussa on kaavana $a+(b+c) = (a+b)+c$. Eli, jos kolme lukua lasketaan yhteen, ne voidaan yhdistää missä järjestyksessä vain halutaan. $3+(2+4) = (3+2)+4$. Senttikuutioilla on helppo tehdä käytännön harjoituksia tästä laista. Kuten Vaihdantalaki, myös liitântälaki käy kertolaskuunkin:

$a(bc) = (ab)c$. Taaskaan laskujärjestyksellä ei ole väliä: $5 \times (2 \times 3) = (5 \times 2) \times 3$.

Anna lasten selvittää itselleen samat kysymykset kuin vaihdantalain kanssa. Voiko liitântälakia käyttää myös vähennys- ja jakolaskuissa? Mitä tapahtuu, jos sotkemme laskutoimituksia esim. onko $a+(bc)$ sama kuin $(a+b)c$?

37. Osittelulaki

Osittelulaki on kaavana $a(b+c) = (ab) + (ac)$ tai $a(b-c) = (ab) - (ac)$. Sanotaan, että kertotaulu on jaettavissa yhteenlaskuun ja vähennyslaskuun. Osittelulaki voidaan helposti havainnollistaa senttikuutioilla. Otetaan esimerkiksi lasku 3×45 (kts kuva 29). Kootaan kuutioista kolme pylvästä, joissa kymppit ovat punaisia ja ykköset keltaisia. Näin saadaan 3×45 . Jaetaan kymppit ja ykköset erilleen $3 \times 40 + 3 \times 5$. Huomataan, että kuutioiden määrä pysyy samana, oli tehtävä "kasassa" tai ositeltuna.

K29 Osittelulaki

MURTOLUKU, DESIMAALI, PROSENTTI

Murtoluku, desimaali ja prosentti ovat kaikki osia kokonaisuudesta. Senttikuutio käy hyvin näiden käsitteiden havainnollistamiseen sekä niiden välisten suhteiden huomioimiseen.

38. Murtoluvut

Esimerkki: Anna lapsille kasa kahdenvärisiä senttikuutioita. Pyydä lapsia esittämään kuutioilla mahdollisimman monella tavalla neljäsosa. (Vaihdellen neliön kokoaja värien järjestystä) (kts kuva 30)

K30 Murtoluvut

Kuva 31 esittää erilaisia kahdestoistaosia, jotka on tehty kahdenvärisillä senttikuutioilla. Kuvassa on $1/12$, $1/4$, $1/2$ ja $3/4$. Tästä on huomattavissa se tärkeä asia, että murtoluku on oma yksikkönsä, vaikka se onkin osa kokonaisuudesta.

K31 Joitain kahdestoistaosia

39. Prosentit

Esimerkki: Aloita 100 senttikuutiolla, joista on esim. 20 keltaista ja 80 sinistä. Kysy lapsilta, montako prosenttia on keltaista ja montako prosenttia sinistä. Poista sitten kuutioista puolet, jättäen 10 keltaista ja 40 sinistä. Kysy lapsilta, mitä he huomaavat. Poista uudelleen kuutioista puolet, jättäen 5 keltaista ja 20 sinistä. Näin lapset huomaavat, että prosenttimäärä pysyy samana.

40. Desimaalit

Desimaalit voidaan havainnollistaa senttikuutioalustalla (10×10), Valkoinen kuutio esittää desimaalipilkkaa ja se laitetaan kokonaisten ja kymmenesosien väliin. Palkkajärjestelmän tärkeys korostuu tässä (ks. kuva 32).

K32 Desimaaliluku 34,54

PERUSARITMETIIKKA

41. Muut lukujärjestelmät

Käyttämällä ykkösiä, 10-sauvoja ja 10×10 alustoja, lapset ovat tutustuneet meidän Peruslukujärjestelmäämme, joka perustuu lukuun 10. Lisäämällä 0 ykkösen perään luku kasvaa ja sen arvo nousee kymmenkertaiseksi.

Muita lukujärjestelmiä voidaan käyttää samalla tavalla. 2-järjestelmä, binäärijärjestelmä, perustuu vain kahteen lukuun, 0 ja 1, ja sen palkkajärjestelmä pohjaa toiseen potenssiin. Binäärijärjestelmää käytetään tietokoneissa. 12-järjestelmää käytetään yleensä laskettaessa tusinoina ja krosseina.

K33 3-järjestelmä.

Kuva 33 näyttää, kuinka 3-järjestelmää käytetään yksikkönä, pylväänä (3), neliönä (9) ja kuutiona (27).

MITTAAMINEN

42. Pituus

Senttikuutioita voidaan käyttää "metrimittana" pituuden mittauksissa, koska yksi kuutio on 1 cm pitkä. Anna lasten rakennella erimittaisia pylväitä senttikuutioista. Nämä pylväät ovat nyt niin monta senttimetriä pitkiä, kuin niissä on kuutioita. Mittatikuista voidaan tehdä monivärisiä, niin laskeminen helpottuu.

Esimerkki A: Anna lasten mitata senttikuutioilla omat kenkensä ja opettajan kengät.

Esimerkki B: Lapset voivat tarkistaa senttikuutioiden tarkkuuden käyttäen mittanauhaa tai viivoitinta ja mikrometriä, työntötulkkia. (kts kuvat 34, 35, 36)

Senttikuutio on myös mainio mitattaessa "pullonpohjia" eli paikkoja, jotka ovat liian ahtaita rullamitalle tai viivoittimelle.

K34 Senttikuutiot metrimittana

K35 Senttikuutioiden mittaaminen mikrometrillä

K36 Senttikuutioiden mittaaminen työntötulkilla

K37 "Pullonpohjien mittaaminen

43. Pinta-ala

Senttikuutioita voidaan käyttää helpoissa pinta-alalaskuissa.

Esimerkki A: Anna lasten rakentaa yksinkertainen suorakulmio kuudesta senttikuutiosta ja oivaltaa, että pinta-ala saadaan kertomalla kaksi sivua keskenään ($3 \times 2 = 6$). He ymmärtävät tämän helposti laskemalla suorakulmion kuutiot.

Esimerkki B: Ota 11 senttikuutiota, liitä ne yhteen jonkinlaiseksi muodoksi ja anna lasten keksiä muodon pinta-ala.

Esimerkki C: Piirrä paperille munuaisen muotoinen kuvio ja peitä se senttikuutioilla. Jotkut kuutiot menevät osittain reunan yli ja jotkut taas jäävät reunan sisäpuolelle. Laske käytettyjen kuutioiden määrä ja ilmoita alueen pinta-ala neliösenttimetreinä. Mitä vanhempia lapset ovat, sitä tarkemmin ja harkiten he pystyvät selvittämään vastauksen (kts kuva 38).

K38 Epäsäännöllisen kuvion pinta-alan selvittäminen senttikuutioilla.

44. Pinta-alan pysyvyys

Pinta-alan pysyvyys voidaan helposti havainnollistaa senttikuutioilla.

Esimerkki A: Anna jokaiselle lapselle 8 kuutiota ja pyydä heitä rakentamaan niistä haluamansa litteä muoto. Pyydä heitä laskemaan pinta-ala. Tämän tehtyään he voivat vertailla muotojaan ja huomata, että vaikka muoto vaihtuu, pinta-ala on sama.

K39 Pinta-alan pysyvyys

45. Tilavuus ja vetävyys

Koska senttikuutio on pituudeltaan, korkeudeltaan ja syvyydeltään 1 cm, sen tilavuus on 1 cm³. Tätä tilavuutta voidaan hyödyntää monella tavalla.

Esimerkki: Anna lasten rakentaa erikokoisia kuutioita esim. 2x2x2. 3x3x3. Pyydä lapsia laskemaan ja merkitsemään ylös kuutioihin tarvittavat senttikuutiomäärät. Tämä harjoitus on erittäin hyödyllinen opetettaessa lapsille kuution tilavuuden laskukaavaa ja myöhemmin muidenkin kappaleiden tilavuuksien laskemista.

46. Tilavuuden pysyvyys

Tilavuuden pysyvyys tarkoittaa sitä, että erilaisilla kolmiulotteisilla kappaleilla voi olla sama tilavuus (ks. kuva 40).

K40 Tilavuuden pysyvyys

Esimerkki: Anna jokaiselle lapselle 12 kuutiota ja pyydä heitä rakentamaan erilaisia kolmiulotteisia kappaleita. (Vähintään 2 kuutiota joka sivulle, koska puhutaan kolmiulotteisuudesta.) Anna lasten laskea tarvittavat kuutiot erimuotoisista kappaleista. Näin huomataan, että kuutiotilavuus voi olla sama, vaikka kappaleet ovatkin erilaisia.

* Tämä ei ole täysin tarkka, koska senttikuutiossa on 4 koloa ja yksi uloke.

PAINO

47. Senttikuutioilla punnitseminen

Senttikuutioiden ominaisuuksista käyttökelpoinen on myös se, että yksi kuutio painaa yhden gramman. (Toleranssi valkoisissa kuutioissa $\pm 0,035\text{g}$, värillisissä $\pm 0,060\text{g}$.) Näin senttikuutioita voi mainiosti käyttää painoina.

Kansainvälisessä luokittelussa gramma on massan yksikkö, ei painon, eli se on materian määrä mitattavassa esineessä.

Painon yksikkö taas on Newton, joka tarkoittaa esineeseen kohdistuvaa voimaa ts. painovoimaa. Esimerkki joka yleensä annetaan selvittämään massan ja painon eroa, on avaruusmatkalla. Avaruusmiehen massa pysyy koko ajan vakiona - hän ei suurene tai pienene - mutta, kun hän on maan vetovoiman ulkopuolella, hänestä tulee "painoton". Tämä olisi helppo demonstroida, jos avaruusmies voitaisiin punnita jousivaa'alla avaruudessa ollessaan!

Silloin olisi helppoa ymmärtää nämä kaksi erilaista mittayksikköä ja suurin osa lapsista luultavasti oivaltaisi sen. Kuitenkin jokapäiväisessä elämässä lapset yhdistävät painon grammoihin, joten tässäkin vihkosessa puhutaan painosta ja punnitsemisesta.

K41 Punnitseminen senttikuutioilla

Harvinaisempia painoja, kuten 7g tai 19g voidaan helposti tehdä senttikuutioilla. Paino voidaan merkata tussilla ja laittaa pieni pala kangasta kahden senttikuution väliin, jolloin painot voidaan ripustaa koukkuun tms. Osaavatko lapset päätellä, mitä painoja tarvitaan, jos halutaan punnita mitä tahansa määriä väliltä 1g-32g? Harvat kouluvaa'at ovat niin herkkiä, että niillä voidaan punnita hyvin pieniä painoeroja. Senttikuutioilla tarkat mittaukset ovat mahdollisia. Senttikuutiopussista saadaan aikaiseksi mikä tahansa paino 1 g ja 1 kg väliltä.

K 42 Painojen teko senttikuutioista

48. Painon pysyvyys

Painon pysyvyys tarkoittaa sitä, että kiinteä paino pysyy samana, oli kappaleen pinta-ala järjestetty millä tahansa tavalla.

Esimerkki: Anna lasten rakentaa kolme 9 kuution senttikuutiopylvästä ja verrata niiden painoa 3x3x3 kuution painoon. He huomaavat painon olevan saman (kts kuva 43).

K 43 Painon pysyvyys

MONIMUTKAISEMMAT PYLVÄSDIAGRAMMIT

49. Monimutkaisemmat pylväsdiagrammit

Vaikka pylväsdiagrammit esiteltiinkin jo sivulla 8, on olemassa useita mahdollisuuksia tämän harjoituksen laajentamiseksi ala- ja yläasteikäisille lapsille. Varhaisissa graafisissa esityksissä yksi yhdenvärisen kuutio vastasi yhtä kohdetta. (Esim., jos liikennekartoituksessa koulun ohi meni 10 henkilöautoa, jokainen auto oli yksi punainen senttikuutio. Kun diagrammi koottiin, tehtiin autojen määrästä 10 Senttikuution punainen torni.) Vanhemmat lapset oppivat tekemään diagrammeihin mitta-asteikot eli yksi pykälä diagrammista voi olla enemmän tai vähemmän kuin yksi yksikkö. Esim. korkeusdiagrammissa yksi kuutio voi esittää 1 cm, 10 cm tai vaikkapa 1 m tai 1 mm. Jos lapset mittaavat korkeuksia esim. asunnoista, majoista, toimistopöydistä, tehtaanpiipuista tai kirkontorneista, tulee heidän laatia sopiva mitta-asteikko ennen kuin he esittävät tuloksensa senttikuutioilla.

Kunhan mittakaavan idea on ymmärretty ja lapset ovat tottuneet sitä käyttämään, voidaan senttikuutioilla toteuttaa monenlaisia diagrammeja. Kuva 44 näyttää yhdenlaisia asioita laitettuna mittakaavaan ja esitettynä visuaalisesti. Kuva esittää tehtaassa vuoden aikana tehdyn tuotoksen, jossa eri tavaroita on tuotettu eri määriä.

K44 Tehtaassa vuoden aikana tuotetut erilaiset tavaramäärät

TODENNÄKÖISYYS

50. Todennäköisyys

Todennäköisyys on jonkin asian mahdollinen toteutuminen perustuen tietoon, jota siihen liittyy. Helppoja harjoituksia voidaan toteuttaa senttikuutioilla.

Esimerkki A: Pyydä lapsia laskemaan 12 punaista, 6 vihreää ja 2 valkoista kuutiota ja laittamaan kuutiot pussiin. Anna yhden oppilaan nostaa yksi kuutio pussista ja kysy samalla toisilta, minkä värisen kuution he arvelevat nousevan. Anna toisen lapsen nostaa seuraava kuutio pussista ja kysy taas toisilta mahdollista väriä. Jatkaa näin kunnes kaikki kuutiot on nostettu pussista. Kun peliä on pelattu jonkin aikaa, voivat lapset alkaa merkitsemään tuloksia ylös.

Esimerkki B: Toistakaa edellinen harjoitus ja aina, kun senttikuutio nostetaan pussista, liittäkää se senttikuutioalustalle. Pylväsdiagrammi muodostuu.

Esimerkki C: - vanhemmille lapsille

Ottakaa 1 valkoinen, 4 punaista, 6 keltaista, 4 sinistä ja 1 vihreä senttikuutio ja laittakaa ne pussiin. Ravistakaa pussia ja nostakaa 1 kuutio pussista. Laittakaa erilliselle senttikuutioalustalle ylös, minkä värinen kuutio nousi ja palauttakaa nostettu kuutio pussiin. Ravistakaa jälleen pussia ja toistakaa äskeinen toimenpide. Tehkää näin niin monta kertaa kuin pussissa on kuutioita, eli 10 kertaa. Ennen seuraavaa harjoitusta, anna lasten huomioida miten paljon Ja, minkä värisiä kuutioita pussiin laitetaan Miten he odottavat tuloksien olevan, olettaen, että jokainen nosto on sattumanvarainen? Anna heidän tehdä muistiinpanoja jokaisesta nostosarjasta.

Mitä he huomaavat ja pystyvätkö he luomaan teoreettisia tuloksia ja vertaamaan niitä todellisiin? Lähenevätkö teoreettiset ja oikeat tulokset toisiaan, kun nostojen määrää lisätään? Numerosarja, joka tulee esiin tässä harjoituksessa, on sarja, joka voidaan esittää kolmiomuodossa. Tätä sarjaa kutsutaan Pascalin kolmioksi (kts kuva 45).

K45 Pascalin kolmio

YKSINKERTAISIA KAKSI- JA KOLMIKULMAISIA PALAPELEJÄ

51. Viisiosaiset kappaleet (pentomiinot)

Mielenkiintoinen tapa pinta-alan opiskeluun voidaan toteuttaa seuraavalla tavalla: Anna lapsille yksi senttikuutio. Sen voi "järjestää" vain yhdellä tavalla. Samaa voidaan sanoa myös kahdesta kuutiosta. (Jos emme ota huomioon sauvan kääntämistä 90° .) Kahdesta kuutiosta voidaan siis rakentaa vain 1x2 suorakulmio.

Tulos on toisenlainen, kun otamme 3 kuutiota. Nämä voidaan järjestää pylvääksi tai L-muotoon. Tällöin kolmesta kuutiosta voidaan rakentaa kaksi erilaista muotoa. Kysy lapsilta, kuinka monella tavalla 4 kuutiota voidaan järjestää. Anna lasten kokeilla ja löytää itsenäisesti 12 muotoa, jotka voidaan rakentaa viidellä kuutiolla (poislukien peilikuvat ja käännökset). Näitä viiden kuution 12 erilaista järjestelymuotoa kutsutaan myös pentomiinoiksi. Näistä muodoista saadaan myös kiehtova kaksiulotteinen palapeli. Muodoista voidaan mm. rakentaa 10x6cm suorakulmio yli kahdella tuhannella tavalla! 3x20 suorakulmio voidaan rakentaa kahdella tavalla. Jos lisäämme 12 pentomiinon 2x2 tetromiion (4 palaa), voidaan ne järjestää 8x8 neliöksi 65 eri tavalla. Näistä kappaleista voidaan rakentaa monia muitakin muotoja. Kuva 46 näyttää yhden tavan 10x6 suorakulmion rakentamiseksi.

K46 Kaksitoista pentomiinoa

52. Somakuutio

Senttikuutioista voidaan laatia myös monenlaisia kolmiulotteisia palapelejä. Näitä voidaan myös ottaa matematiikan opetukseen. Somakuutio on 3x3x3 kuutio, joka on jaettu 7 osaan.

K 47 Somakuution osat

6 osaa on rakennettu neljästä senttikuutiosta ja seitsemäs osa kolmesta senttikuutiosta. Nämä osat ovat kuvassa 47. Tästä kuutiosta voidaan rakentaa ensin kuutio ja sitten monia muita muotoja. Lapsista on kiehtovaa kokeilla erilaisia variaatioita mitä kuutioilla saa aikaan ja nimetä aikaansaannoksiaan esim. tuoli, pyörä, pilvenpiirtäjä jne.

Lasten looginen ajattelukyky kehittyy, kun he miettivät, miten eri palat liittyvät toisiinsa. Siitä on hyötyä myös myöhemmässä vaiheessa.

53. Steinhausin kuutio

Steinhausin kuutio on myös $3 \times 3 \times 3$ kuutio, joka on jaettu kuuteen osaan; kolme osaa 5 kuutiosta ja kolme osaa 4 kuutiosta (katso kuva 48). Tämä on melko vaikea palapeli, sillä paloista saadaan kuutio vain kahdella tavalla.

Aluksi kolmesta palasta liitetään yhteen porrasympyrä. Tämä voidaan tehdä kahdella eri tavalla samoista paloista. Loput palat laitetaan molemmissa versioissa paikalleen samalla tavalla.

K48 Steinhausin kuution osat

Sekä somakuutio että Steinhausin kuutio sisältävät paljon matematiikkaa. Molemmat havainnollistavat tilavuuden käsitettä.

TASOKARTAT JA KOLMIULOTTEISET PIIRROKSET

54. Tasokartat ja kolmiulotteiset piirrokset

Lapsista on usein vaikeaa tehdä kartta kolmiulotteisesta: asiasta "lintuperspektiivissä". Tärkeintä on oivaltaa, miltä kolmiulotteinen kohde näyttää toisesta perspektiivistä.

Esimerkki: Käyttäkää runsaasti valkoisia senttikuutioita ja senttikuutioalustoja. Kootkaa erilaisia "rakennuksia", joissa sekä korkeudet että pohjien pinta-alat vaihtelevat. Silmävaraisesti näistä rakennuksista on helppo laatia julkisivukuva ts. fasadikuva senttikuutioilla alustalle. Seuraavaksi katsellaan "rakennuksia" ylhäältäpäin. Huomataan, että rakennukset näyttävätkin kaksiulotteisilta ja kuva on helppo tehdä kuutioilla alustalle. Kuvassa 49 on perspektiivipiirustus taloryhmästä, kuvassa 49B kolmiulotteinen senttikuutiomalli samasta ryhmästä, kuvassa 49C kartta ylhäältäpäin ja kuvassa 49D fasadikuva.

K49A Kuva taloryhmästä K49B Kolmiulotteinen senttikuutiomalli samasta ryhmästä
K49C Kartta K49D Julkisivukuva

SENTTIKUUTIO TIETEESSÄ

Tässä kappaleessa on joitain ideoita, mitä senttikuutioilla voi tehdä muilla alueilla, useimmat näistä esimerkeistä ovat tieteen saralta.

55. Ulkopinta-ala ja lämpöhukka

Suuri keho menettää lämpöä samoissa olosuhteissa suhteellisesti hitaammin kuin pienempi keho, joka on samanmuotoinen. Tämä tapahtuu siksi, että suuremmassa kehossa on ulkopinta-alan ja tilavuuden suhde suurempi. Tämä voidaan demonstroida senttikuutioilla.

Rakennetaan samasta määrästä kuutioita kaksi erilaista kappaletta. Toisesta pitkä ja kapea sekä toisesta matala ja leveä. Seuraavaksi lasketaan molemmista ulkosivut, jolloin saadaan ulkopinta-ala ja verrataan näitä kappaleiden tilavuuteen, eli käytettyihin senttikuutioihin (cm^3). Samalla tavoin mitä pienempi on jonkun lajin edustaja, sitä suurempi on sen ulkopinta-alan suhde sen tilavuuteen. Joten sen lämpöhukka on suurempi kuin lajin isommilla eläimillä. Tämä selittää sen

miksi Antarktiksella elävä keisaripingviini on 122cm korkea, Galapagossaarien pingviini 50cm korkea ja pienet siniset pingviinit, jotka elävät Australian trooppisessa ilmastossa, ovat vain 40cm korkeita.

Keisaripingviinin täytyy säilyttää lämpöään ja sen pinta-alan suhde tilavuuteen on yksi syy tämän onnistumiselle. Kuva 50 näyttää Keisaripingviinin ja pienen sinisen pingviinin kokoeron senttikuutioilla rakennettuna. Alla olevassa taulukossa on vertailtu näitä kahta eläintä.

K50 Senttikuutiopylväät havainnollistamassa Keisaripingviinin ja Pienen sinisen pingviinin ulkopinta-alan sekä tilavuuden suhdetta.

Korkeus		ulkopinta-ala	kuutiotilavuus	pinta-alan ja tilavuuden suhde
Keisaripingviini	122 cm	7.500 cm ²	45,400 cm ³	1:6
Pieni sininen	40 cm	0.900 cm ²	1,992 cm ³	1:2,2

Toinen esimerkki on afrikkalainen elefanti. Tällä eläimellä on todella suuret korvat, joiden sanotaan olevan pinta-alaltaan 1/6 elefantin kokonaispinta-alasta. Joten kun eläin levittää korvansa, se kasvattaa kokonaispinta-alansa ja pystyy näin viilentämään kehoaan.

K51 Senttikuutioista rakennettu Afrikkalainen elefanti.

56. Ominaispaine

Ominaispaine on suhteellinen massan tiheys tai aineen tiheys. Senttikuution suhde veteen on 1.04 eli sen ominaispaine on käytännössä hieman enemmän kuin yksi. Siksi senttikuutioita voidaan käyttää tutkittaessa onko erilaisten nesteiden ominaispaine enemmän kuin yksi.

Esimerkki: Anna lapsille muutamia tölkkejä ja täyttäkää ne seuraavilla nesteillä: hanasta laskettu kylmä vesi, voimakas suolaliuos ja kyllästetty vesi-sokeriliuos. Sitten tiputtakaa muutamia kuutioita liuoksiin ja katsokaa, kelluvatko ne vai uppoavat.

Kylmä hanavesi: Senttikuutiot kelluvat ensin pinnalla, koska koloissa on ilmakuplia. Ravistelemalla voimakkaasti ilmakuplat lähtevät pois ja kuutiot uppoavat.

Suola ja vesi: Senttikuutiot kelluvat pinnalla ravistelusta huolimatta.

Sokeri ja vesi: Senttikuutiot kelluvat pinnalla ravistelusta huolimatta.

Kokeilkaa myös muita nesteitä, kuten glyseriini, soodavesi, ruokaöljy, mutavesi yms. Opettaja voi demonstroida lapsille, että hyvin kuuma vesi on vähemmän tiivistä kuin kylmä vesi, koska Senttikuutiot uppoavat nopeasti vesiasian pohjalle.

K52 Senttikuutioita suolavedessä (vas.) ja kylmässä hanavedessä

57. Arkkimedeen laki - Syrjäyttäminen

Arkkimedeen laki on yksinkertaisuudessaan se, että mikä tahansa esine/ asia syrjäyttää oman painonsa verran vettä. Senttikuutioilla tämä voidaan havainnollistaa. Esimerkki: Tehkää 3x3x3 kuutio valkoisista senttikuutioista ja puristakaa kuutioon kangassuikale puristamalla se minkä tahansa kahden kuution väliin. Ottakaa 1/2 litran jauhomitta tai samankokoinen suorasiivinen hillopurkki (läpinäkyvä). Kiinnittäkää sinitarralla ulkopuolelle paperisuikale pystysuoraan.

Täyttäkää mittaa puoliksi vedellä, laittakaa se tasaiselle alustalle ja merkitkää paperiin vesiraja. Laskekaa 3x3x3 kuutio kangassuikaleella hitaasti veteen kunnes se on pohjassa ja merkitkää uusi vesiraja paperiliuskalle. Merkkien väliin jäävän veden paino on sama kuin 27 senttikuution eli 27g.

Tarkistaaksesi kokeen, laita toinen valkoisista senttikuutioista tehty 3x3x3 kuutio vaa'an toiseen kuppiin. Kaada sitten varovasti viivojen välissä oleva vesimäärä toiseen kuppiin. Vaaka on tasapainossa.

58. Jousivaaka

Hyvin yksinkertainen jousivaaka voidaan valmistaa kuvassa 43 esitetyllä tavalla. Tehdään Senttikuutiopaino ja puristetaan päälle kuutioilla ohutta kuminauhaa. Samanmittainen kuminauha puristetaan isompaan senttikuutiopainoon ja ripustetaan painot vierekkäin. Kuminauhojen pituuserot voidaan mitata rullamitalla.

K53 Senttikuutio-jousivaaka

59. Vipuvoima

Esimerkki: Vipuvoiman peruseräiteiden havainnollistamiseen voidaan käyttää senttikuutioita. Rakentakaa esim. 13 senttikuutiosta sauva, jossa on 6 keltaista, välissä yksi punainen, ja 6 vihreää kuutiota. Laita molempiin päihin valkoiset kuutiot ja aseta sauva kynän päälle niin, että punainen kuutio on kynän päällä. Sauva on tasapainossa. Ota sitten valkea kuutio pois toisesta päästä, liitä siihen toinen kuutio ja laita kuutiot puoleen väliin sauvan päätä. Laita sauvan keskikohta kynän päälle ja sauva on tasapainossa.

K54 Senttikuutiot havainnollistamassa vipuvoimaa.